

私の研究分野

九州大学 マス・フォア・インダストリ研究所

神山 直之

専門分野は、離散的な構造を持つ最適化問題を理論的な観点から研究する離散最適化・離散アルゴリズムである。最適化問題とは、ある解の候補の集合 \mathcal{F} と目的関数 $f: \mathcal{F} \rightarrow \mathbb{R}$ が与えられたとき、 $f(x)$ を最小化（ときには最大化）する解 x を求める問題である。その中でも特に私が専門としている離散最適化問題とは、 \mathcal{F} が離散構造を有している最適化問題を意味する。例えば典型的な離散構造として、 \mathcal{F} が $\{0,1\}^n$ の部分集合、つまりある有限の台集合 U に対して \mathcal{F} が U のある部分集合族となるものが挙げられる。もちろん理論的な研究を行う際には、一般的な f や \mathcal{F} を扱うことは難しいため、ある種の（理論的に深く、応用的に有益な）制限を考えることが一般的である。そのような離散構造の中で、 \mathcal{F} に関する構造として最も代表的なものとして行列の一次独立・従属を一般化した概念であるマトロイド（形式的には有限集合 U の非空な部分集合族 \mathcal{I} で「 $\forall I, J \subseteq U: I \subseteq J \in \mathcal{I}$ ならば $I \in \mathcal{I}$ 」と「 $\forall I, J \in \mathcal{I}: |I| < |J|$ ならば $\exists u \in J \setminus I: I \cup \{u\} \in \mathcal{I}$ 」を満たすもの）が挙げられる。また f に関する代表的な離散構造として、離散的な凸関数とみなされている劣モジュラ関数（形式的には有限集合 U 上に定義される関数 $\rho: 2^U \rightarrow \mathbb{R}$ で $\forall X, Y \subseteq U: \rho(X) + \rho(Y) \geq \rho(X \cup Y) + \rho(X \cap Y)$ をみたすもの）が挙げられる。またもう少し具体的な離散構造としてグラフが挙げられる。グラフとは点と線で表現される離散構造であり、グラフ上の最適化問題は離散最適化・離散アルゴリズムの研究において、その応用面も含めて中心的なものとなっている。またグラフ上に「もの」が流れる数理モデルあるネットワークフローは、基本的には決定変数（各辺に流れるものの量）が連続値をとるが、問題の双対性・整数性の観点から離散最適化の研究の大きなテーマとなる。同様に線形計画問題は、「最適値が端点で達成される」「代表的な離散最適化問題から生じる線形計画問題が整数性（すべての端点の座標が整数になる）を持つことがある」といった理由から離散最適化の研究のテーマとなる。また目的関数 f を定数値関数とすると、最適化問題は \mathcal{F} の要素を見つける、 $\mathcal{F} \neq \emptyset$ かを判定する問題ともみなすことができる。つまり、ある（複雑な）条件を満たす解を見つける、という問題も離散最適化の研究のテーマとなる。このような方向性では、例えば参加者が各々の選好を持つ状況におけるある性質を満たす解（例えば誰も現状から逸脱しても得をしない解である均衡）に関する研究を行う分野であるゲーム理論の計算的な側面は離散最適化のテーマとなる。このようなゲーム理論と最適化・アルゴリズムの融合は、分野の枠を超えて経済学・計算機科学・数学といった様々な分野において活発に進められている。加えて、離散最適化・離散アルゴリズムの分野においては、「問題を解く」のみならず「問題の難しさ」を研究することもテーマとなる。この「問題の難しさ」を研究する分野は計算複雑性理論と呼ばれ、チューリングマシンを基礎とする計算理論の枠組みで、与えられた問題の難しさを明らかにする分野であり、離散最適化・離散アルゴリズムの研究においてはこの計算複雑性理論の観点から扱う問題の難しさを明らかにすることもテーマとなる。

以上のような背景のもと、マトロイドやグラフといった離散システム（離散構造を有するシステム）上の最適化問題に関する理論的研究を行う分野である離散最適化・離散アルゴリズムを専門分野とし、さらに関連する分野としてグラフ理論・計算複雑性理論・ゲーム理論の研究をおこなってきた。加えて、これらの基礎理論を基盤とし、社会システムデザインに資するアルゴリズム基盤に関する研究（特に、制度設計やネットワークデザイン）を進めてきた。さらに、理論的研究のみならず企業との共同研究を通じた実社会の問題への技術の応用に関する研究もおこなってきた。また、マルチエージェントシミュレーションや機械学習といった周辺分野との融合研究も進めている。